IAI 1526

ADDIZIONE

DI

VINCENZIO FLAUTI

ALLE NUOVE SOLUZIONI DE' PROBLEMI DELLE TAZIONI

DEL SIGNOR NICOLA FERGOLA

Poco fa pubblicate in quest' anno 1809.

Gli artifizj di Geometria, de' quali ſi avvale il noſtro Signor Fergola nella ſoluzione degl'indicati Problemi, erano già conoſciuti nella ſua Scuola, dal tempo che il General Pomereuil eſſendo ſtato dal Governo chiamato a ſiſtemar l' Artiglieria Napolitana, conduſſe ſeco degli Uffiziali de' Corpi Facoltativi, verſatiſſimi nelle Matematiche diſcipline. Or alcuni di queſti Geometri, volendo ſaggiare il valore di quei che ſapevano le Matematiche in queſta Capitale, ſi direſſero a' Giovani della noſtra Scuola, e propoſer loro ultroneamente una ſerie di Problemi ſulle Tazioni. Coteſti Problemi furono all' iſtante e con eleganza riſoluti da ingegnoſi Giovani di detta Scuola; e tra il numero de' Geometri che impiegaronſi a tal lavoro, convien ricordare con lode i Signori Annibale Giordano, Stefano Forte, Felice Giannattaſio, Pietro Schioppa ec.; conoſciuti per alcune loro importanti ed utili produzioni Geometriche, ed alcuni di eſſi uſaronvi artifizj analoghi a quelli che oſſervanſi nelle ſoluzioni pubblicate dal Fergola in quest' anno. Intanto i proponenti reſtaron ben paghi delle ſoluzioni di coſtoro, ed ebber ſempre per la noſtra Scuola, quel riſpetto, che la qualità del

Metodo d' insegnare, ed il valore di molti giovani, de' quali non ha mai mancato di accrescerne il numero, ispiravano ad essi.

Varie circostanze di nostra Nazione, han fatto oltrepassare i monti a molti giovani di questa Scuola, nè v' è mancato tra loro chi siesi trasferito fin nelle iperboree regioni. Que' proponenti de' Problemi delle Tazioni, dopo poco tempo ripatriaronsi; onde per l'una cagione e per l'altra, noi non sappiamo qual diffusione avessero avuti in altrui paese i principj euristici quì impiegati nel risolver que' Problemi, o quale incitamento abbian prodotto al di fuori. Sappiamo non per tanto che il Signor *Camerer* illustre Geometra Tedesco, mosso da quelle stesse ragioni che il Signor Fergola ha fatto sì ben rilevare nelle soluzioni del Vieta, fece imprimere a Gota nel 1795, cioè dieci anni dopo di questo fatto, un'Opera sulle Tazioni, rilevandovi i diversi casi de' Problemi, determinandoli tutti, ed assegnando i limiti della possibilità loro. Una tal' Opera ha la seguente epigrafe: *Apollonii Pergaei de Tactionibus quae supersunt, cum Vietae librorum Apollonii restitutione, adjectis observationibus, computationibus, ac Problematis Apolloniani historia.*

Il Signor Montucla, ci fa oltracciò consapevoli nella sua importantissima Storia delle Matematiche, che il dotto Geometra Inglese *Lawon*, aveva anche di fresco pubblicato un libro intitolato: *The two Books of Apollonius, on tangenties restaured*, vol. 1. in 4., ch'egli congettura essere il libro *de Tactionibus* di Apollonio, restituito in una maniera diversa da quella del Vieta.

Intanto il Signor Fergola, occupato ad un' importantissimo lavoro, qual' è la sua *Arte Euristica*, volendo illustrare, come ha effettuito, varie delle opere perdute degli Antichi, aveva risoluti tutti i Problemi delle Tazioni, facendoli dipendere da un solo principio, ch' è una proprietà nuova del Triangolo, e riducendoli tutti ad un facilissimo Lemma Problematico. E' vero, come l' Autore stesso il fa rilevare in quest' Opuscolo, che nelle Iperboli opposte, nelle quali potrebbesi ravvisare una serie di triangoli, che abbian data la base e la differenza

de'

Digitized by Google

de' lati, un di queſti lati ſta alla perpendicolare calata dal ſuo eſtremo ſulla direttrice in una ragion data; ma ſarebbe sì ageometrico il pretendere che da ciò abbia potuto il noſtro Autore dedurne la ſua proprietà del triangolo, quanto il ſoſtenere, che la natura dell'iperbole, foſſe comunicabile al triangolo, o che ſi poteſſe una tal proprietà dimoſtrare nell' iperbole, ſenza tener conto della proprietà caratteriſtica della curva. Si dovrebbe anche compromettere, chi ciò oſaſſe aſſerire, di poter egli riſolvere il ſeguente Problema „ *Dato un punto ed una ret-* „ *ta di ſito; determinare un' altro punto, talchè congiuntolo col propo-* „ *ſto, ed abbaſſando da eſſo su quella retta la perpendicolare, ſia la* „ *congiungente alla perpendicolare in data ragione* " in modo da pervenirne ad un'equazione ad una retta. Ei pure dovrebbe riuſcir nel comporre l' Analiſi Geometrica che reca il Newton al Problema de'tre cerchi, evitando le due iperboli.

Coteſte di lui invenzioni eran note al Pubblico già prima di eſſere ſtampate, nè egli ſi ſarebbe mai affrettato a darle fuori prima di pubblicare la ſua *Arte Euriſtica*. Alcune circoſtanze intanto, che la moderazione impediſce il rapportarle, obbligarono poco tempo fa alcuni giovani della ſua Scuola a produrre ſtaccato quest' Opuſcolo, che potrà ſervire a' Geometri ſtranieri per un ſaggio dell' Opera intera.

L' eleganza ed il nitore, col quale co' principj del detto Geometra riſolvonſi queſti Problemi, mi fece venire il penſiero, che avrebbonſi potuto per mezzo di eſſo snodare con ugual ſucceſſo i Problemi de' Contatti Sferici, che tanto occuparono il Fermat, inſigne Geometra Franceſe. Or queſti eſſendo ſtato provocato dal Carteſio che li propoſe il Problema delle quattro sfere da farſi toccare da un' altra, il quale per altro conteneva più difficoltà di quello de' tre cerchi, volle completamente trattar queſto ſoggetto, ove duolſi che altri prima di lui non ſiaſene occupato. L' eſito felice ha confermata la mia aſpettativa: i Problemi del Fermat, che oltre a que' nei che il Signor Fergola ha rilevati ne' Problemi delle Tazioni del Vieta, avevano anche l'altro, di eſſer nella

plupparte dipendenti dagli anteriori, reſtano con tali principj, non ſolamente riſoluti in loro ſteſſi, ed in tutti i caſi con eleganza; ma di più il loro numero ſi minora grandemente, dappoichè molte ſoluzioni di loro diventano identiche.

Per queſte ragioni, per l'affinità di un tal ſoggetto con quello delle Tazioni, ed anche per un argomento di riſpetto per l'Autore, e di penetrazione pel ſuo principio mi ſono indotto ad abbozzare in quest'addizione al ſuo Opuſcolo i principj delle ſoluzioni de' miei Problemi (che ſerbo ad altro deſtino), affinchè ne reſti vieppiù comprovata l'importanza di queſta nuova proprietà del Triangolo, feconda già nel ſuo naſcere di due ricerche che hanno occupato per lungo tempo, e non con sì felice eſito i primi Geometri d'Europa, e che potrebbe anche maravigliosamente applicarſi a molte altre importanti e difficili Geometriche quiſtioni. Per rilevarne quì di paſſaggio una che l'Autore ha anche indicata nel ſuo opuſcolo; potrebberſi per mezzo di un tal principio congeguare eleganti analitiche dimoſtrazioni all'iperbole, ed ottener lo ſteſſo per l'elliſſe per mezzo dell'altro analogo „ *Che ſe in un* „ *triangolo è data la baſe e la ſomma de' lati, deve un di queſti ſer-* „ *bare una ragion data alla perpendicolare che dal ſuo eſtremo ſi ab-* „ *baſſa ſulla regolatrice corriſpondente* “. Ed in queſto caſo ciaſcuna delle due regolatrici ſi eſibirà come nell'altro, prendendo però la terza proporzionale dopo la ſemibaſe e la ſemiſomma de' lati.

I Problemi de' Contatti Sferici riduconſi dunque con queſti nuovi artifizj di Geometria ad „ *Inclinare da un punto dato, ad una* „ *retta di ſito, un' altra retta, tal che abbaſſata da queſt' eſtremo una* „ *perpendicolare ſu di un piano dato, ſia quell' inclinata a queſta* „ *perpendicolare in data ragione* “ il qual Problema ſi riduce immantinente al Lemma Problematico del Signor Fergola. Per alcuni di eſſi è ſtato di più neceſſario lo ſtabilire il ſeguente *Teorema Locale* „ *Se* „ *ſienvi tre piani di ſito, ſarà anche data di ſito una retta, da ciaſcun* „ *punto della quale abbaſſate le perpendicolari ſu di eſſi piani, queſte* „ *ſerbinſi tra loro ragioni date.* “

E per dare un qualche saggio della maniera come si applicano questi principj allo scioglimento di tali Problemi, ne addurrò qui in astratto la soluzione di due i più principali di essi.

Primieramente si cerchi di „ *Descrivere una sfera, la quale tocchi* „ *due altre sfere date di magnitudine e di posizione, ed un piano di* „ *sito, e passi anche per un punto dato.*

Il centro O della sfera da descriversi si congiunga co' centri A, B delle Sfere date e col punto dato C, per mezzo delle OA, OB, OC; e dallo stesso punto C agli altri A, B conducansi pure le CA, CB.

I triangoli COA, COB hanno le condizioni del Teor. fondament. del Sig. Fergola dovranno per conseguenza esser dati que' punti delle loro basi, per dove passano le regolatrici del loro lato comune CO; e quindi saranno anche dati di posizione que' piani che passano per tali punti, e sono normali ad esse basi. Ma è anche data, per lo stesso principio, la ragione di un tal lato CO a ciascuna delle perpendicolari che dal punto O si abbassano sulle direttrici di esso lato ne' due triangoli COA, COB; cioè su que' due piani di sito: ed è di più data la ragione della CO alla perpendicolare che dal punto O si abbassa sul piano dato, essendo questa di uguaglianza; sarà dunque data di sito quella retta nella quale deve trovarsi il punto O. Ond' è che il Problema proposto, troverassi ridotto ad inclinare dal punto dato C a questa retta di sito un' altra retta sicchè da questo suo estremo abbassata la perpendicolare sul piano dato, sia quell' inclinata uguale a questa perpendicolare, cioè, come ho quassù accennato, al Lemma Problematico del Sig. Fergola.

In questa soluzione vi è compresa quella del Problema seguente: „ *Descrivere una Sfera, la quale tocchi un' altra data ed un piano di sito, ed oltre a ciò passi per due punti dati* "; e di più da essa, con un semplicissimo passaggio, rilevasi quella dell' altro Problema „ *Descrivere* „ *una Sfera la quale tocchi tre altre date, ed un piano di sito.*

In secondo luogo, propongasi a „ *Descrivere una Sfera la quale* „ *tocchi quattro sfere date di magnitudine e di sito.*

Dal

Dal centro O della Sfera da descriversi, a' centri A, B, C, D delle date conducansi le OA, OB, OC, OD, e poi congiungasi uno di questi centri A cogli altri per mezzo delle AB, AC, AD. I triangoli AOB, AOC, AOD avranno le condizioni del Teorema fondamentale del Sig. Fergola, e perciò dovranno esser dati que' punti delle loro basi per ove passano le regolatrici del lato comune AO; e quindi saranno anche dati di sito que' tre piani, che passano per questi punti, e sono ad esse basi normali. Ma è data la ragione del lato AO a ciascuna delle perpendicolari che dal punto O si abbassano sulle direttrici di questo lato in ciascuno de' tre triangoli, cioè su que' tre piani di sito: dunque saranno pur date le ragioni di queste perpendicolari tra loro; e perciò sarà data di sito quella retta nella quale deve trovarsi il punto O. Ond'è che il Problema proposto si troverà ridotto ad inclinare dal dato punto A a questa retta di sito un' altra retta AO, sicchè abbassata dal suo estremo O la perpendicolare su di uno di quei tre piani di sito, sia data la ragione che a questa serba la AO, cioè al Lemma Problematico del Sig. Fergola.

In questa soluzione vi son compresi quelle de' seguenti altri Probl.

„ *Descrivere una Sfera, la quale*

„ 1. *Passi per un punto dato e tocchi tre altre Sfere date di magnitudine e di sito.*

„ 2. *Passi per due punti dati e tocchi due altre Sfere date.*

„ 3. *Passi per tre punti dati, e tocchi un' altra Sfera data.*

„ 4. *Passi per quattro punti dati.*

In quest' ultimo caso però il centro della Sfera da descriversi resterà determinato senz' altro artifizio dall' intersezione de' tre piani normali alle AB, AC, AD ne' punti medj di esse. E ciò potrà bastare pel saggio promesso.

Digitized by Google